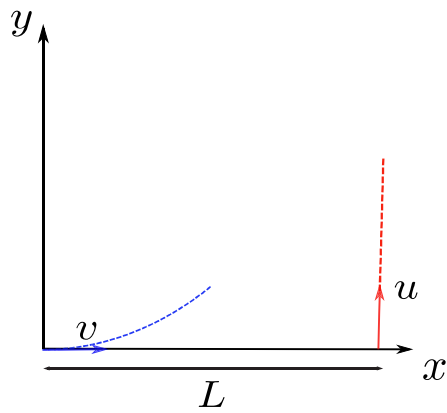


**مسئله ۷.** مسئله‌ی تعقیب I (یا مسئله‌ی شکار و شکارچی) – اگر در مسئله‌ی تعقیب با پیش‌قراول، خودمان را به دو موجود محدود کنیم مسئله تبدیل می‌شود به مسئله‌ی شکار و شکارچی. شکار، مثلاً آهو، روی یک خم حرکت می‌کند و شکارچی، مثلاً یوزپلنگ، او را تعقیب می‌کند. مدل ساده‌تر آن است که شکار روی یک خم داده‌شده و با سرعت ثابت حرکت کند. اندازه‌ی سرعت شکارچی را ثابت ولی جهت بردار سرعتش را هم‌واره به سمت شکار می‌گیریم. در مدل واقعی‌تر شکار روی خم معینی حرکت نمی‌کند. احتمالاً وقتی یوزپلنگ از حد معینی به آهو نزدیک‌تر می‌شود آهو تغییر جهت می‌دهد. پاسخ یوزپلنگ هم آنی نیست و این باعث می‌شود یوزپلنگ عقب بیفتد. یوزپلنگ نیز احتمالاً دقیقاً به سمت آهو نمی‌رود بل که کمی جلوتر را نشانه می‌گیرد. در واقع هم شکار و هم شکارچی یک تأخیر زمانی در تصمیم‌گیری دارند. علاوه بر این سرعت و شتاب شکار و شکارچی هم ثابت نیست. توجه داشته باشیم که در مسئله‌ی واقعی شکار و شکارچی هر کدام خصوصیات ویژه‌ای دارند، مثلاً روباه به عنوان شکارچی قدرت مانور زیادی دارد. روباه دُم بزرگی دارد. با چرخاندن دُم و استفاده از پایداری تکانه زاویه‌ای به راحتی می‌تواند جهت حرکت خودش را به سرعت عوض کند. در نظر گرفتن همه‌ی این‌ها مسئله را سخت‌تر می‌کند. بردار مکان شکار را  $\mathbf{R}$ ، سرعت شکار را  $u$ ، بردار مکان شکارچی را  $\mathbf{r}$  و سرعت شکارچی را  $v$  می‌گیریم. بردار فاصله‌ی نسبی‌ی آن‌ها  $\mathbf{R} - \mathbf{r}$ . بردار سرعت شکارچی را هم در راستای خطِ واصل شکار و شکارچی می‌گیریم؛ داریم

$$\dot{\mathbf{r}} = v \frac{\mathbf{R} - \mathbf{r}}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}. \quad (۹۳.۱)$$

این معادله هم‌راه با معادله‌ی  $\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}} = u^2$  و یک  $R(t)$  داده شده یک دسته معادله‌ی دیفرانسیل جفت‌شده برای مؤلفه‌های مکان شکارچی می‌دهند.

در این مسئله شکار، مثلاً آهو، روی یک خم داده شده با سرعت ثابت حرکت می‌کند و شکارچی، مثلاً یوزپلنگ، او را تعقیب می‌کند. اندازه‌ی سرعت شکارچی را ثابت ولی جهت بردار سرعتش را هم‌واره به سمت شکار می‌گیریم. به عنوان مدلی ساده سرعت شکار را ثابت  $u$  و اندازه‌ی بردار سرعت شکارچی را ثابت و جهت آن را هم‌واره رو به شکار بگیریم. بردار سرعت شکارچی در ابتدا وقتی که شکار از محور  $x$  رد می‌شود را  $v\hat{i}$  بگیریم. فاصله‌ی نسبی‌ی آن‌ها را در ابتدا  $L$  بگیریم. چه شرطی لازم است که بالاخره شکارچی شکار را بگیرد؟ با فرض این‌که این



شکل ۱۵.۱ شکل مسئله ۷

شرط برقرار باشد این زمان چه قدر است؟ مسیر شکارچی چیست؟